Prof. Dr. Alfred Toth

Die Herstellung zweitheitlicher und drittheitlicher trichotomischer Subzeichen durch logische Quantifizierung

1. Die Peircesche Semiotik lässt sich natürlich als triadischer Prädikatenkalkül darstellen (Toth 2008, S. 175 ff., Menne 1991, S. 96 f.). Gehen wir von der Aussageform

f(x, y, z)

mit x = M, y = O und z = I aus, so gibt es acht verschiedene Quantifizierungen:

1.1. $\forall$xyz f(x, y, z)
1.2. $\forall$xy $\exists$z f(x, y, z)
1.3. $\forall$x $\exists$y $\forall$z f(x, y, z)
1.4. $\forall$y $\exists$yz f(x, y, z)
1.5. $\exists$x $\forall$yz f(x, y, z)
1.6. $\exists$xy $\forall$z f(x, y, z)
1.7. $\exists$x $\forall$y $\exists$z f(x, y, z)
1.8. $\exists$xyz f(x, y, z)

Nun haben wir in expliziter Mengendarstellung

M = {1.1, 1.2, 1.3}
O = {2.1, 2.2, 2.3}
I = {3.1, 3.2, 3.3}.

Somit können wir die logischen Ausdrücke sofort in semiotische umschreiben:

1.1. $\forall$xyz f({1.1, 1.2, 1.3}, {2.1, 2.2, 2.3}, {3.1, 3.2, 3.3})
1.2. $\forall$xy $\exists$z f({1.1, 1.2, 1.3}, {2.1, 2.2, 2.3}, {3.1 $\vee$ 3.2 $\vee$ 3.3})
1.3. $\forall$x $\exists$y $\forall$z f({1.1, 1.2, 1.3}, {2.1 $\vee$ 2.2 $\vee$ 2.3}, {3.1, 3.2, 3.3})
1.4. $\forall$x $\exists$yz f({1.1, 1.2, 1.3}, {2.1 $\vee$ 2.2 $\vee$ 2.3}, {3.1 $\vee$ 3.2 $\vee$ 3.3})
1.5. $\exists$x $\forall$yz f({1.1 $\vee$ 1.2 $\vee$ 1.3}, {2.1, 2.2, 2.3}, {3.1, 3.2, 3.3})

1.6. $\exists xy\ \forall z\ f(\{1.1 \vee 1.2 \vee 1.3\}, \{2.1 \vee 2.2 \vee 2.3\}, \{3.1, 3.2, 3.3\})$
1.7. $\exists x\ \forall y\ \exists z\ f(\{1.1 \vee 1.2 \vee 1.3\}, \{2.1, 2.2, 2.3\}, \{3.1 \vee 3.2 \vee 3.3\})$
1.8. $\exists xyz\ f(\{1.1 \vee 1.2 \vee 1.3\}, \{2.1 \vee 2.2 \vee 2.3\}, \{3.1 \vee 3.2 \vee 3.3\})$

Nun bedeutet aber ein Mengenausdruck der Form

$(a.b) \vee (c.d) \vee (e.f)$

als Formalisierung davon, dass entweder (a.b), (c.d) oder (e.f) existiert, dass für das gewählte Subzeichen gilt.

$(x.2)$ mit $x \in \{a, b, c\}$,

denn nur das zweitheitliche trichotomische Subzeichen ist ein singuläres Subzeichen, dessen Existenz behauptet werden kann (vgl. z.B. Walther 1979, S. 59). Existenzquantifizierung wird also semiotisch als zweitheitliches trichotomisches Subzeichen (Sinzeichen, Index, Dicent) realisiert. Entsprechend gilt für die Allquantifizierung, dass sie stets Subzeichen der Form

$(x.3)$ mit $x \in \{a, b, c\}$

betrifft, denn hier wird semiotische Existenz zu Gunsten von semiotischer Generalisierung aufgehoben (vgl. z.B. Walther 1979, S. 59 f.). Allquantifizierung wird also semiotisch als drittheitliches trichotomisches Subzeichen (Legizeichen, Symbol, Argument) realisiert. Da ferner (x.2) und (x.3) im Verhältnis der Replica stehen (Walther 1979, S. 88), kann man formulieren: Semiotische Existenzquantifizierung erscheint als Replica von semiotischer Allquantifizierung.

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

19.12.2009